

Devoir Surveillé 3 de Physique

Consignes : Calculatrice autorisée (intégrant la fonction $\ln(x)$), documents de cours interdits.

Durée : 1h30.

Questions de cours

Une équation différentielle du second ordre peut se mettre sous la forme canonique :

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} + 2\sigma \omega_0 \frac{ds(t)}{dt} + \omega_0^2 s(t) = \omega_0^2 e(t)$$

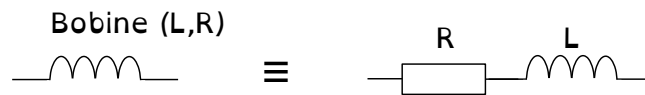
On s'intéresse à la réponse $s(t)$ à une entrée du type :



- 1) Comment appelle-t-on ce signal ($e(t)$) ?
- 2) Quels sont les trois régimes (modes) possibles de $s(t)$ en fonction des valeurs de σ ?
- 3) Comment se nomment σ et ω_0 ?
- 4) Tracer sur le graphe ci-dessus (rendre cette feuille avec la copie) les trois familles de réponses possibles et indiquer approximativement les régimes transitoire et permanent.
- 5) En réponse à un échelon, dans un circuit RLC attaqué par une source de tension continue, la valeur finale de $u_c(t)$ (après mise sous tension) dépend-elle de R ? de L ? de C ?
- 6) Comment faire d'un circuit RLC série un oscillateur harmonique (c'est-à-dire « sinusoïdal ») ?

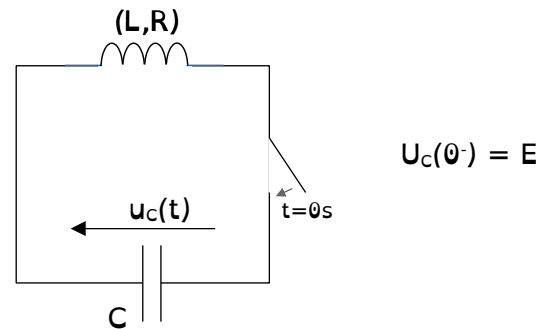
Problème 1 : Modèle d'une bobine

On souhaite établir le modèle d'une bobine réelle :



Autrement dit, on désire déterminer la valeur de R ainsi que la valeur de L.

Pour cela, on réalise le montage suivant :



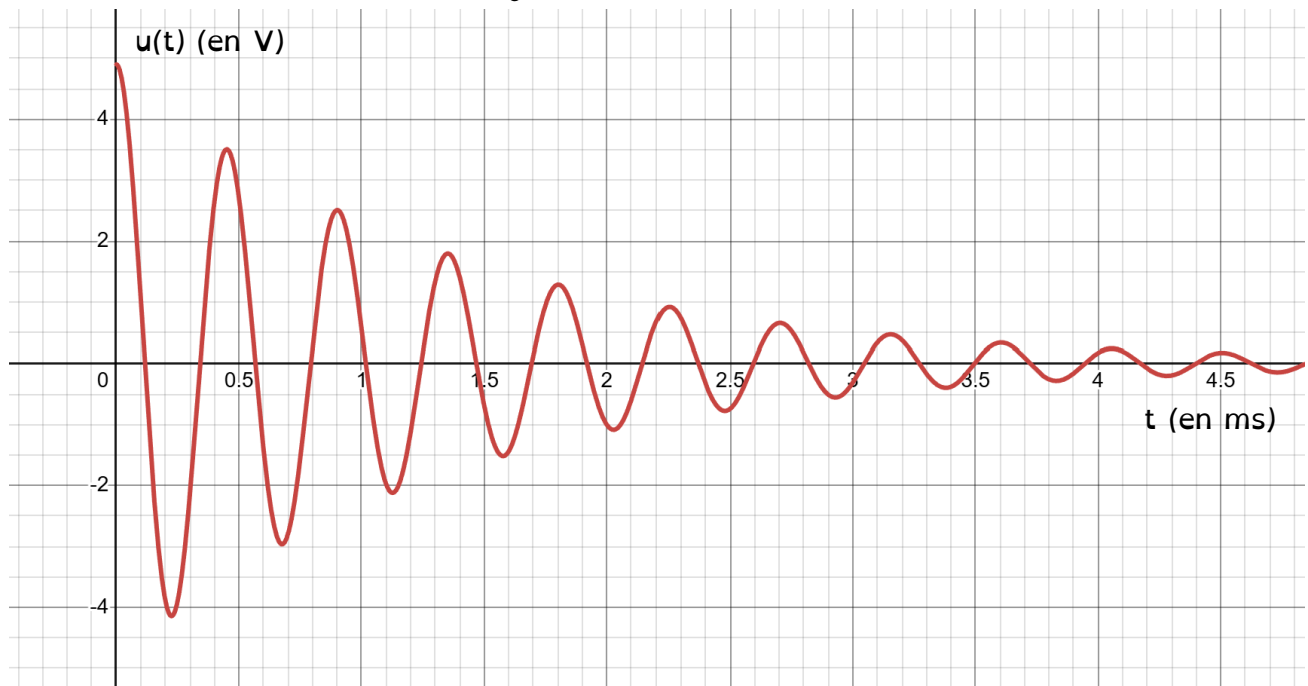
- 1) Donner, en utilisant le modèle de la bobine, un schéma équivalent pour ce montage.
- 2) Sans calcul :
 - 2.1) Vers quelle valeur va naturellement tendre $u_c(t)$? À quelle régime correspond cette valeur ?
 - 2.2) On souhaite obtenir une réponse comportant des oscillations : doit-on choisir une valeur de C plutôt élevée ou plutôt faible ?
- 3) Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$.
- 4) Dans l'écriture canonique de cette équation, donner les expressions de σ et ω_0 en fonction de R, L et C.
- 5) Écrire l'équation caractéristique.
- 6) Donner, sans appliquer les conditions initiales, la forme de $u_c(t)$ dans le cas $\sigma > 1$.
- 7) Dans le cas $\sigma < 1$, on rappelle la forme de la solution : $u_c(t) = K \cdot e^{-\sigma \omega_0 t} \cdot \cos(\omega_0 \sqrt{1 - \sigma^2} t + \phi)$.

Montrer, en appliquant les conditions initiales, que, en négligeant σ devant 1 ($\sigma \ll 1$) :

$$\begin{cases} K = E \\ \phi = 0 \end{cases}$$

Écrire la solution.

L'essai est effectué et la tension $u_c(t)$ relevée a l'allure suivante :



8) Compléter le chronogramme ci-dessus pour $t < 0$.

9) Mesurer la pseudo-période T . En déduire la pseudo-pulsation Ω .

10) Calculer le décrément logarithmique δ .

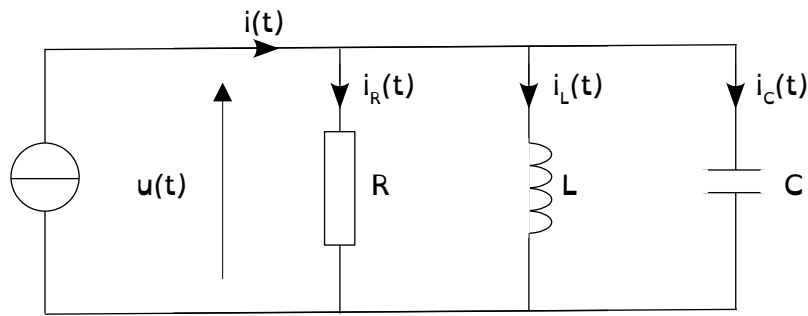
11) En déduire σ .

12) Calculer ω_0 .

13) Donner alors les valeurs de L et de R sachant que l'essai a été effectué avec un condensateur de capacité $C = 100$ nF.

Problème 2 : Circuit bouchon

On considère le circuit RLC parallèle (dit « circuit bouchon ») suivant :



Le courant d'alimentation est :

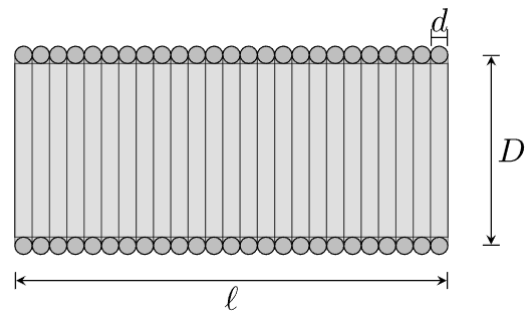
$$i(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ I_0 & \text{pour } t \geq 0 \end{cases}$$

- 1) Écrire une relation entre $i_R(t)$, $i_L(t)$ et $i_C(t)$ pour $t \geq 0$.
- 2) Rappeler les relations entre $u(t)$ et $i_R(t)$, entre $u(t)$ et $i_L(t)$ ainsi qu'entre $u(t)$ et $i_C(t)$.
- 3) En dérivant une fois la relation écrite au 1), montrer que l'on obtient l'équation suivante :

$$\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{LC} u(t) = 0$$

- 4) Donner alors les expressions de σ et de ω_0 en fonction de R , L et C .
- 5) Quelle est, d'après l'équation, la valeur finale de $u(t)$?
- 6) Rappeler en le justifiant comment finissent par se comporter en régime permanent la bobine et le condensateur. Proposer un schéma équivalent au montage ci-dessus lorsque $t \rightarrow \infty$.
- 7) En déduire, sans calcul, les valeurs finales de $i_R(t)$, $i_L(t)$ et $i_C(t)$ (que l'on pourra noter $i_R(\infty)$, $i_L(\infty)$ et $i_C(\infty)$).

La bobine est à spires jointives enroulées sur une seule épaisseur. Voici un schéma simplifié d'une coupe longitudinale de la bobine :



On note N le nombre de spires : $N = 1000$